A New Formulation of Local Boundary Value Problem in the Framework of Hyperfunctions(Microlocal Analysis And Global Analysis)

AUTHOR(S):

大阿久, 俊則

数理解析研究所講究録
558巻 1985年 265-291

A New Formulation of Local Boundary Value Problem in the Framework of Hyperfunctions

東大・理　大阿久 俊則　(Toshinori ÔAKU)

超函数(hyperfunction)を用いた(局所)境界値問題は，境界が非特性的となる解析係数の線型偏微分方程式 $Pu=0$ に対して，小松-河合[10]とSchapira[16]により定式化された．即ちこの場合，$\{x_1>0\}$ での超函数解 u に対してその境界値 $v_j(x')=(\partial/\partial x_1)^j u(+0,x')$　$(j=0,\cdots,m-1)$ が $\{x_1=0\}$ 上の超函数として定まり(ここで，m は P の階数とする)，u は $v_0,\cdots,v_{m-1}$ から局所的には一意的に定まる(Holmgren型の一意性定理)．また柏原-河合[3,4]は楕円型線型偏微分方程式系に対する境界値問題を考察した．そこでは，$\{x_1>0\}$ での解を直接扱うというよりむしろ(適当な条件の下では同値になるが) $\{x_1\leq 0\}$ に台を持つ超函数解を係数とするコホモロジー群を考察の対象としている．その後柏原-大島[6]は確定特異点型の線型偏微分方程式(系)に対して境界値問題を定式化した．そこでは $\{x_1\geq 0\}$ に台を

持つ超函数解を境界の conormal bundle の近傍でのマイクロ函数解とみなし，超局所解析の手法を用いてそこでのマイクロ函数解の構造を調べるという方法がとられている（表現論への応用に現われるような場合については大島［15］により超局所解析を用いない初等的な方法が考案されている）．なお，［3］，［4］，［6］では境界の余次元が2以上の場合も扱われていることを注意しておきたい．

さて上記の仕事ではいずれも半空間$\{x_1 \geq 0\}$及び$\{x_1 = 0\}$に台を持つ超函数解の構造を考察することにより，境界値の定義とHolmgren型の一意性定理の証明がなされている．我々は超函数解を整型パラメータを持つ超函数の境界値の和として表わし，ある意味で複素領域での解の構造を調べることにより，(i) 境界が非特性的となる一般の線型偏微分方程式系，(ii) 確定特異点型（Fuchs型）の単独線型偏微分方程式の両者について統一的な方法で境界値問題を定式化し，Holmgren型の一意性定理を示す．また解のミクロ解析性を調べるために超局所的な定式化も行なう．

§1. 層$\mathcal{B}_{N|M_+}$と$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$．　Mをn次元パラコンパクト実解析的多様体とする．M_+をMの閉集合でその境界$N = \partial M_+$はMの余次元1の実解析的閉部分多様体となっているものとする．このとき，Mの複素化XとNの複素化Yが存在して，

YはXの複素閉部分多様体となる．さて我々はXの実解析的閉部分多様体$\tilde{M}$とその閉集合$\tilde{M}_+$で次の条件をみたすものが存在すると仮定する：　$M \subset \tilde{M} \subset X$，　$\tilde{M}_+$の$\tilde{M}$における境界はY，　$\tilde{M}_+ \cap M = M_+$，　$(M, \tilde{M}, \tilde{M}_+, X)$は局所的には（適当な$X$の複素解析的座標系により）　$(\mathbb{R}^n, \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}, \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}, \mathbb{C}^n)$と同型（但し$\mathbb{R}_+ = \{t \in \mathbb{R};\ t \geq 0\}$とする）．勿論このような$\tilde{M}$と$\tilde{M}_+$は局所的にはいつでも存在する．以下ではこのような$\tilde{M}$と$\tilde{M}_+$を固定して議論を進める．

M_+及び$\tilde{M}_+$のそれぞれM，$\tilde{M}$における内部を$\mathrm{int}\,M_+$及び$\mathrm{int}\,\tilde{M}_+$で表わし，

$$\iota : \mathrm{int}\,M_+ \hookrightarrow M, \qquad \tilde{\iota} : \mathrm{int}\,\tilde{M}_+ \hookrightarrow \tilde{M}$$

を自然な埋め込みとする．$\mathcal{B}_M$をM上の超函数の層とする．

<u>定義1</u>．　$\mathcal{B}_{M_+} \underset{\mathrm{def.}}{=} \iota_* \iota^{-1} \mathcal{B}_M$，　$\mathcal{B}_{N|M_+} \underset{\mathrm{def.}}{=} \mathcal{B}_{M_+}|_N$．

$\mathcal{B}_{N|M_+}$は$\mathrm{int}\,M_+$と境界Nの点の近傍との共通部分で定義された超函数からなる層である（境界の近傍で等しい2つの超函数は同一視される）．（$\mathcal{B}_{N|M_+}$は片岡[9]により導入された．）

$\mathcal{B}_{M_+}$を整型パラメータ付超函数の境界値の和として表わそう．そのために　$\mathcal{BO} = \mathcal{BO}_{\tilde{M}} = \mathcal{H}^1_{\tilde{M}}(\mathcal{O}_X) \otimes \omega_{\tilde{M}}$　とおこう．ここで$\mathcal{O}_X$はX上の整型函数の層，$\omega_{\tilde{M}}$は$\tilde{M}$の向き付けの層である．Xの局所座標$z = (z_1, \cdots, z_n)$　$(z_j = x_j + \sqrt{-1}\,y_j)$で$\tilde{M} = \{z \in X;\ z_1 \in \mathbb{R}\}$なるものをとれば，$\mathcal{BO}$は$z'$

$= (z_2, \cdots, z_n)$ を整型パラメータとする $\tilde{M}$ 上の超函数の層である.

<u>定義2.</u> $\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+} \underset{\text{def.}}{=} \tilde{\imath}_* \tilde{\imath}^{-1} \mathcal{BO}_{\tilde{M}}$, $\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+} \underset{\text{def.}}{=} \mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}|_Y$.

<u>補題1.</u> $\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}$, $M = \mathbb{R}^n$ とする. $\mathbb{R}$ の任意の開集合 U と $\mathbb{C}^{n-1}$ の Stein 開集合 Ω に対して,

$$H^\nu(U \times \Omega ; \mathcal{BO}_{\tilde{M}}) = 0 \quad \text{for } \nu \neq 0.$$

(証明) $V = \{ z \in \mathbb{C}^n ; x_1 \in U, z' \in \Omega \}$ とおくと,

$$\mathbb{R}\Gamma(U \times \Omega ; \mathcal{BO}) \cong \mathbb{R}\Gamma(V ; \mathbb{R}\Gamma_{\tilde{M}}(\mathcal{O}_X))[1]$$
$$\cong \mathbb{R}\Gamma_{\tilde{M} \cap V}(V ; \mathcal{O}_X)[1].$$

$\nu \geq 1$ のとき, V と $V \setminus \tilde{M}$ は共に Stein だから

$$H^\nu(U \times \Omega ; \mathcal{BO}) \cong H^{\nu+1}_{\tilde{M} \cap V}(V ; \mathcal{O}_X) \cong H^\nu(V \setminus \tilde{M} ; \mathcal{O}_X)$$
$$= 0.$$ Q.E.D.

補題1から直ちに次を得る:

<u>補題2.</u> $R^\nu \tilde{\imath}_* \tilde{\imath}^{-1} \mathcal{BO}_{\tilde{M}} = 0$ for $\nu \neq 0$.

<u>命題1.</u> $\mathcal{B}_{M_+} \cong \mathcal{H}^{n-1}_M(\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}) \otimes \omega_{M/\tilde{M}}$.

(証明) $\mathcal{B}_M \cong \mathcal{H}^{n-1}_M(\mathcal{BO}_{\tilde{M}}) \otimes \omega_{M/\tilde{M}}$ と補題2から

$$\mathcal{B}_{M_+} \cong \mathbb{R}\tilde{\imath}_* \tilde{\imath}^{-1} \mathbb{R}\Gamma_M(\mathcal{BO})[n-1] \otimes \omega_{M/\tilde{M}}$$
$$\cong \mathbb{R}\Gamma_M(\mathbb{R}\tilde{\imath}_* \tilde{\imath}^{-1} \mathcal{BO})[n-1] \otimes \omega_{M/\tilde{M}}$$
$$\cong \mathbb{R}\Gamma_M(\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+})[n-1] \otimes \omega_{M/\tilde{M}}.$$ Q.E.D.

この命題から特に $\mathcal{B}_{N|M_+} \cong \mathcal{H}^{n-1}_M(\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+})|_N \otimes \omega_N$ を得る. ここで相対コホモロジーをとる操作と制限する操作の順

序を逆にすることにより，N上に新しい層 $\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ を定義する：

<u>定義3</u>．$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+} \underset{\text{def.}}{=} \mathcal{H}^{n-1}_N(\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}) \otimes \omega_N$．

$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ は M_+ だけでなく $\tilde{M}_+$ のとり方にも依存することに注意する．次の命題は定義から直ちに従う：

<u>命題2</u>．自然な $\mathcal{D}_X$－線型な層準同型

$$\alpha : \mathcal{B}_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$$

が存在する．（ここで $\mathcal{D}_X$ は X 上の整型函数を係数とする有限階線型偏微分作用素のなす環の層を表わす．）

$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ の基本的性質を証明するため次の命題を示そう．

<u>命題3</u>．$X = \mathbb{C}^n$，$\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}$，$\tilde{M}_+ = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}$，$M = \mathbb{R}^n$ とすると，

(i) $Y = \{0\} \times \mathbb{C}^{n-1} \cong \mathbb{C}^{n-1}$ の任意の Stein 開集合 Ω と $\forall \nu \neq 0$ に対して，$H^\nu(\Omega ; \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}) = 0$．

(ii) $\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}$ の脆弱次元は $n-1$．

(iii) $\mathbb{R}^{n-1}$ の任意の（0を頂点とする）固有閉凸錐 G と $\forall \nu \neq n-1$ に対して，$\mathcal{H}^\nu_{\mathbb{R}^{n-1}+\sqrt{-1}G}(\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})|_N = 0$．

（証明）(i) $\mathring{X}_+ = \{z \in X \,;\, x_1 > 0\}$ とおくと，$\nu \geqq 1$ のとき

$$H^\nu(\Omega ; \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}) \cong \varinjlim_{U} H^{\nu+1}_{\tilde{M} \cap \mathring{X}_+ \cap U}(U \cap \mathring{X}_+ ; \mathcal{O}_X)$$

$$\cong \varinjlim_{U} H^\nu(U \cap \mathring{X}_+ \setminus \tilde{M} ; \mathcal{O}_X).$$（U は Ω の X における近傍系を動く．）

Ω は X において Stein 開集合からなる基本近傍系を持つの

で $\mathcal{U}$ は Stein としてよい．このとき $\mathcal{U} \cap \mathring{X}_+ \setminus \tilde{M}$ も Stein になるから (i) を得る．

(ii) は $\mathcal{O}_X$ の脆弱次元が n であることから従う．

(iii) 柏原－Laurent による抽象的くさびの刃定理（［5］の Théorème 1.4.1）を $\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}$ に適用して $\nu \leq n-2$ のとき (iii) を証明できる．$\nu \geq n$ に対しては (ii) からコホモロジー群が消えることがわかる．　Q.E.D.

通常の超函数の理論と同様にこの命題から次を得る：

<u>命題4</u>．(i) $\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ は N 上の脆弱層である．

(ii) $\mathcal{U}$ を N の開集合，$\tilde{\mathcal{U}}$ を Y の開集合で $\tilde{\mathcal{U}} \cap N = \mathcal{U}$ なるものとすると，

$$\Gamma(\mathcal{U}\,;\,\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}) = H^{n-1}_{\mathcal{U}}(\tilde{\mathcal{U}}\,;\,\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}).$$

$\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}$ と $\mathcal{B}_{M_+}$ に対しても同様に次の2つの命題を得る．

<u>命題5</u>．$X = \mathbb{C}^n$，$\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}$，$\tilde{M}_+ = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}$，$M = \mathbb{R}^n$ とすると，

(i) $\mathbb{R}$ の任意の開集合 $\mathcal{U}$ と $\mathbb{C}^{n-1}$ の任意の Stein 開集合 Ω に対して，　$H^\nu(\mathcal{U} \times \Omega\,;\,\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}) = 0$ for $\nu \neq 0$．

(ii) $\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}$ の脆弱次元は $n-1$．

(iii) $\mathbb{R}^{n-1}$ の任意の固有凸な閉錐 G に対して，

$$\mathcal{H}^\nu_{\mathbb{R} \times (\mathbb{R}^{n-1} + \sqrt{-1}G)}(\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+})|_M = 0 \quad \text{for } \nu \neq n-1.$$

<u>命題 6.</u> (i) $\mathcal{B}_{M_+}$ は M 上の脆弱層で $\mathrm{Supp}\,\mathcal{B}_{M_+} = M_+$.

(ii) U を M の開集合, $\tilde{U}$ を $\tilde{M}$ の開集合で $\tilde{U} \cap M = U$ なるものとすると,

$$\Gamma(U;\ \mathcal{B}_{M_+}) \cong H^{n-1}_{U \cap \mathrm{int}\, M_+}(\tilde{U} \cap \mathrm{int}\,\tilde{M}_+\ ;\ \mathcal{BO}_{\tilde{M}}).$$

§2. 超局所化と α の単射性.

M を中心とする $\tilde{M}$ のコモノイダル変換を

$$\widetilde{{}^{M}\tilde{M}}^{*} = (\tilde{M} \setminus M) \sqcup S^*_M\tilde{M} \xrightarrow{\pi_{M/\tilde{M}}} \tilde{M},$$

N を中心とする Y のコモノイダル変換を

$$\widetilde{{}^{N}Y}^{*} = (Y \setminus N) \sqcup S^*_N Y \xrightarrow{\pi_{N/Y}} Y$$

として $S^*_M\tilde{M}$ または $S^*_N Y$ 上に次のような層を定義する:

<u>定義 4.</u>
$$\mathcal{C}_{M_+} \underset{\mathrm{def.}}{=} \mathcal{H}^{n-1}_{S^*_M\tilde{M}}(\pi_{M/\tilde{M}}{}^{-1}\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+})^a \otimes \omega_{M/\tilde{M}},$$

$$\mathcal{C}_{N|M_+} \underset{\mathrm{def.}}{=} \mathcal{C}_{M_+}|_{\pi_{M/\tilde{M}}{}^{-1}(N)},$$

$$\tilde{\mathcal{C}}_{N|M_+} \underset{\mathrm{def.}}{=} \mathcal{H}^{n-1}_{S^*_N Y}(\pi_{N/Y}{}^{-1}\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})^a \otimes \omega_N.$$

ここで, a は *antipodal map* を表わす.

自然な写像 $T^*\tilde{M} \underset{\tilde{M}}{\times} Y \longrightarrow T^*Y$ から同相写像 $S^*_M\tilde{M} \underset{M}{\times} N \xrightarrow{\sim} S^*_N Y$ が *induce* されるので, 以後我々は $\pi_{M/\tilde{M}}{}^{-1}(N)$ $(\subset S^*_M\tilde{M})$ と $S^*_N Y$ を同一視する.

命題3と命題5により，SKK [17] の第I章の議論が我々の場合にも適用できる．M を中心とする $\tilde{M}$ のモノイダル変換を

$$\widetilde{M\tilde{M}} = (\tilde{M} \setminus M) \sqcup S_M\tilde{M} \xrightarrow{\tau_{M/\tilde{M}}} \tilde{M}$$

として，$\varepsilon_{M/\tilde{M}} : \tilde{M} \setminus M \hookrightarrow \widetilde{M\tilde{M}}$ を自然な埋め込みとして，

$$\tilde{\mathcal{a}}_{M+} \underset{\text{def.}}{=} \left((\varepsilon_{M/\tilde{M}})_* (\mathcal{B}\mathcal{O}_{\tilde{M}_+}|\tilde{M}\setminus M) \right)\Big|_{S_M\tilde{M}}$$

とおくと，単射準同型

$$b_{M+} : \tilde{\mathcal{a}}_{M+} \hookrightarrow \tau_{M/\tilde{M}}{}^{-1}\mathcal{B}_{M+} \quad \text{（境界値写像）}$$

と全射準同型

$$sp_{M+} : \pi_{M/\tilde{M}}{}^{-1}\mathcal{B}_{M+} \longrightarrow \mathcal{C}_{M+} \quad \text{（スペクトル写像）}$$

が存在して次が成り立つ：

<u>命題7.</u> (i) $0 \to \mathcal{B}\mathcal{O}_{\tilde{M}_+}|_M \xrightarrow{b_{M+}} \mathcal{B}_{M+} \xrightarrow{sp_{M+}} (\pi_{M/\tilde{M}})_* \mathcal{C}_{M+} \to 0$

は完全列である．

(ii) $\mathcal{U}$ を $S_M\tilde{M}$ の開集合で $\tau_{M/\tilde{M}_+}$ の各ファイバーとの共通部分が凸なものとして，

$$\mathcal{U}^\circ \underset{\text{def.}}{=} \{ (z, \langle \zeta, dz \rangle \infty) \in S_M^*\tilde{M} \; ; \; \mathrm{Re}\langle \zeta, w \rangle < 0 \text{ for any } z + w0 \in \mathcal{U} \}$$

$(z = (x_1, z'),\ \zeta = (0, \sqrt{-1}\eta'),\ w = (0, \sqrt{-1}v'))$ とおく．このとき，$f \in \Gamma(\tau_{M/\tilde{M}}(\mathcal{U}), \mathcal{B}_{M+})$ に対して，$\mathrm{supp}(sp_{M+}(f)) \subset \mathcal{U}^\circ$ となるための必要十分条件は，

ある $\varphi \in \Gamma(U ; \tilde{\mathcal{A}}_{M_+})$ が存在して $f = b_{M_+}(\varphi)$ となることである．（この φ は一意的に定まる．）

同様に

$$ {}^{N}\tilde{Y} = (Y \setminus N) \sqcup S_N Y \xrightarrow{\tau_{N/Y}} Y, $$

$$ \varepsilon_{N|Y} : Y \setminus N \hookrightarrow {}^{N}\tilde{Y} $$

$$ \tilde{\mathcal{A}}_{N|M_+} \underset{\mathrm{def}}{=} ((\varepsilon_{N|Y})_* (\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}|_{Y \setminus N}))|_{S_N Y} $$

とおくと，単射準同型 $\tilde{b} : \tilde{\mathcal{A}}_{N|M_+} \hookrightarrow \tau_{N/Y}{}^{-1} \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ と全射準同型 $\tilde{sp} : \pi_{N/Y}{}^{-1} \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{C}}_{N|M_+}$ が存在する．

命題8．(i) $0 \to \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}|_N \xrightarrow{\tilde{b}} \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+} \xrightarrow{\tilde{sp}} (\pi_{N/Y})_* \tilde{\mathcal{C}}_{N|M_+} \to 0$ は完全列である．

(ii) U を $S_N Y$ の凸開集合（即ち各ファイバーが凸）とすると，$f \in \Gamma(\pi_{N/Y}(U), \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+})$ に対して $\mathrm{supp}(\tilde{sp}(f)) \subset U^{\circ}$ となるための必要十分条件は，ある $\varphi \in \Gamma(U, \tilde{\mathcal{A}}_{N|M_+})$ が存在して $f = \tilde{b}(\varphi)$ となることである．

命題9（$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ に対するくさびの刃定理）．

(i) $F \in \Gamma(\{z' \in \mathbb{C}^{n-1} ; |z'| < \varepsilon, \mathrm{Im}\, z' \in \Gamma\}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})$（$\Gamma$ は $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐）とする．Γ_j $(j=1,\cdots,J)$ を $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐で，$\Gamma_j \cap \Gamma \neq \phi$，$\bigcup_{j=1}^{J} \Gamma_j^{\circ} \supset \mathrm{supp}(\tilde{b}(F))$ なるものとすると，任意の $\Gamma_j' \Subset \Gamma_j$ なる開凸錐 Γ_j' に対して（$\Gamma_j' \cap \Gamma \neq \phi$ と仮定する）$\delta > 0$ と $F_j \in \Gamma(\{z' \in \mathbb{C}^{n-1} ; |z'| < \delta, \mathrm{Im}\, z' \in \Gamma_j'\}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})$ が存在して，

$$ F = F_1 + \cdots + F_J . $$

(ii) Γ_j を $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐として，$F_j \in \Gamma(\{z' \in \mathbb{C}^{n-1}; |z'| \leqq \varepsilon, \mathrm{Im}\, z' \in \Gamma_j\}, \mathcal{BO}_{Y|M_+})$ が $\sum_{j=1}^{J} F_j(x_1, x' + \sqrt{-1}\Gamma_j 0) = 0$ （$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ の $\{x'; |x'| < \varepsilon\}$ 上の section として）をみたすとする．このとき任意の開凸錐 $\Gamma_j' \subset\subset \Gamma_j$ に対して，ある $\delta > 0$ と次をみたす $F_{jk} \in \Gamma(\{z' \in \mathbb{C}^{n-1}; |z'| \leqq \varepsilon, |\mathrm{Im}\, z'| < \delta, \mathrm{Im}\, z' \in \Gamma_j' + \Gamma_k'\}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})$ が存在する：

$$F_j = \sum_{k=1}^{J} F_{jk}, \quad F_{jk} + F_{kj} = 0.$$

（証明）(i) $\xi' = (\xi_2, \cdots, \xi_n) \in S^{n-2} = \{y' \in \mathbb{R}^{n-1}; |y'| = 1\}$ として，（$\langle z', \xi' \rangle = z_2\xi_2 + \cdots + z_n\xi_n$，$z'^2 = z_2^2 + \cdots + z_n^2$）

$$W(z', \xi') = \frac{(n-2)!}{(-2\pi\sqrt{-1})^{n-1}} \frac{(1-\sqrt{-1}\langle z', \xi'\rangle)^{n-3}\{1 - \sqrt{-1}\langle z', \xi'\rangle - (z'^2 - \langle z', \xi'\rangle^2)\}}{\{\langle z', \xi'\rangle + \sqrt{-1}(z'^2 - \langle z', \xi'\rangle^2)\}^{n-1}}$$

とおく．$\mathring{y}' \in \Gamma$ を $|\mathring{y}'|$ が十分小さくなるように選び

$$D = \{z' \in \mathbb{C}^{n-1}; |x'| \leqq \frac{\varepsilon}{2}, y' = \mathring{y}'\},$$

$$G(x_1, z'; \xi') = \int_D F(x_1, w') W(z' - w', \xi') dw'$$

とおくと，$G(x_1, z'; \xi')$ は $\{(z', \xi') \in \mathbb{C}^{n-1} \times S^{n-2}; |z'| < \varepsilon/4, \langle \mathrm{Im}\, z', \xi' \rangle > |\mathrm{Im}\, z'|^2 - \langle \mathrm{Im}\, z', \xi'\rangle^2\}$ での $\mathcal{BO}_{Y \times \tilde{S} | \tilde{M}_+ \times \tilde{S}}$ の切断となる（$\tilde{S}$ は S^{n-2} の複素近傍）．

$$F_j(x_1, z') = \int_{S^{n-2} \cap \Delta_j} G(x_1, z'; \xi') d\sigma(\xi') \quad (j = 1, \cdots, J)$$

とおく．ここで Δ_j は $\Delta_j \subset \Gamma_j^\circ$，$\bigcup_{j=1}^{J} \Delta_j \supset\supset \mathrm{supp}(\tilde{b}(F))$，

$|\Delta_j \cap \Delta_k| = 0$ for $j \neq k$ なる $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐である．このとき，ある $\delta > 0$ が存在して，F_j は $\{z' \in \mathbb{C}^{n-1};\ |z'| < \varepsilon/4,\ \mathrm{Im}\, z' \in \Gamma_j'\}$ 上の $\mathcal{B}\mathcal{O}_{Y|\tilde{M}_+}$ の切断となる．

$$\Delta_0 = \mathbb{R}^{n-1} \setminus \bigcup_{j=1}^{J} \Delta_j ,$$

$$F_0(x_1, z') = \int_{S^{n-2} \cap \Delta_0} G(x_1, z'; \xi')\, d\sigma(\xi')$$

とおけば（$d\sigma(\xi')$ は S^{n-2} 上の体積要素），正則函数の Radon 分解の公式（cf. 片岡［8］，金子［1］）により，

$$F = F_0 + F_1 + \cdots + F_J ,$$

かつ F_0 は $\{z' \in \mathbb{C}^{n-1};\ |z'| < \exists\, \delta\}$ 上の $\mathcal{B}\mathcal{O}_{Y|\tilde{M}_+}$ の切断となる．従って，$F_0 + F_1$ を改めて F_1 とおけば求める分解を得る．

(ii) $J = 2$ のときは命題8から従う．$J \geq 3$ のときは F_J を (i) のように分解して $J-1$ の場合に帰着される．（金子［1］の補題3.2.7 の証明を参照）． Q.E.D.

同様にして次が証明される：

<u>命題10（$\mathcal{B}_{M_+}$ に対するくさびの刃定理）</u>．K を $\mathbb{R}^{n-1}$ のコンパクト集合，U を $\mathbb{R}$ の開区間，$M = \mathbb{R}^n$，$\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}$，$\tilde{M} = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}$ とする．

(i) $F(x_1, z')$ を $\{(x_1, z')\ ;\ x' \in K,\ |y'| < \varepsilon,\ y' \in \Gamma,\ x_1 \in U\}$ 上の $\mathcal{B}\mathcal{O}_{\tilde{M}_+}$ の切断（Γ は $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐），Γ_j を

$\Gamma_j \cap \Gamma \neq \phi$，$\bigcup_{j=1}^{J} \Gamma_j^{\circ} \supset supp(h(F))$なる開凸錐とすると，任意の
$\Gamma_j' \Subset \Gamma_j$，$\Gamma_j' \cap \Gamma \neq \phi$ なる開凸錐 Γ_j' に対して，$\delta > 0$ と
$\{(x_1, z')\,;\, x_1 \in U,\ x' \in K,\ |y'| < \delta,\ y' \in \Gamma_j'\}$上の $\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}$ の
切断 F_j が存在して，$F = F_1 + \cdots + F_J$ が成り立つ．

(ii) Γ_j を $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐として，$\{(x_1, z')\,;\, x_1 \in U,\ x' \in K,$
$|y'| < \varepsilon,\ y' \in \Gamma_j\}$ 上の $\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}$ の切断 F_j が

$$\sum_{j=1}^{J} F_j(x_1, x' + \sqrt{-1}\Gamma_j 0) = 0 \quad in\ \Gamma(U \times K\,;\, \mathcal{B}_{M_+})$$

をみたすとすると，任意の空でない開凸錐 $\Gamma_j' \Subset \Gamma_j$ に対して，ある $\delta > 0$ と $\{(x_1, z')\,;\, x_1 \in K,\ x' \in K,\ |y'| < \varepsilon,\ y' \in \Gamma_j' + \Gamma_k'\}$ 上の $\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}$ の切断 F_{jk} が存在して，

$$F_j = \sum_{k=1}^{J} F_{jk}, \quad F_{jk} + F_{kj} = 0 \quad (1 \leqq j, k \leqq J).$$

次の命題は定義から簡単にわかる．

<u>命題11.</u>　命題2の α と両立する自然な $\mathcal{D}_X$-線型層準同型

$$\alpha : \mathcal{C}_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{C}}_{N|M_+} \quad \text{が存在する．}$$

<u>定理1.</u>　$\alpha : \mathcal{C}_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{C}}_{N|M_+}$ は1対1である．

（証明）$M = \mathbb{R}^n$，$\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}$，$\tilde{M}_+ = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}$ として，$x^* = (0, \sqrt{-1}dx_n) \in S_N^*Y$ において α が1対1であることを示せばよい．$n = 2$ のときは明らかなので $n \geqq 3$ とする．$u \in \mathcal{C}_{N|M_+, x^*}$ とすると命題7と10により，任意の（十分小さな）$\varepsilon > 0$ に対して $\Gamma_0 = \{y' = (y_2, \cdots, y_n) \in \mathbb{R}^{n-1}\,;$

$|y_j| < \varepsilon y_n \quad (j=2,\cdots,n-1)\}$ とおくと，$\{(x_1, z') \in \tilde{M}\,;$ $0 < x_1 < \varepsilon$, $|z'| < \varepsilon$, $y' = \mathrm{Im}\, z' \in \Gamma_0\}$ 上の $\mathcal{BO}_{\tilde{M}_+}$ の切断 $F(x_1, z')$ が存在して，x^* の近傍で $u = sp\,(F(x_1, x' + \sqrt{-1}\Gamma_0 0))$ となる．x^* の近傍で $\alpha(u) = 0$ と仮定しよう．すると命題9により，$\Gamma_j \cap \{y' \in \mathbb{R}^{n-1}\,;\ y_n < 0\} \neq \phi$ かつ $(0,\cdots,0,1) \in \Gamma_j$ なる $\mathbb{R}^{n-1}$ の開凸錐 $\Gamma_1, \cdots, \Gamma_J$ と，$\{z' \in \mathbb{C}^{n-1}\,;\ |z'| < {}^{\exists}\delta,$ $y' \in \Gamma_j\}$ 上の $\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}$ の切断 $F_j(x_1, z')$ が存在して，

$$F(x_1, x' + \sqrt{-1}\Gamma_0 0) = \sum_{j=1}^{J} F_j(x_1, x' + \sqrt{-1}\Gamma_j 0) \quad (\text{in } \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+, \pi(x^*)})$$

が成り立つ．$\tilde{\mathscr{b}}$ の単射性によりこれは $F = F_1 + \cdots + F_J$（共通の定義域で）を意味する．$c > 0$ を十分小さく取り

$$D_0 = \{z'\,;\ |x'| \leq \frac{\delta}{2},\ y' = (0,\cdots,0,c)\},$$

$$G(x_1, z'; \xi') = \int_{D_0} F(x_1, w'; \xi')\, W(z' - w'; \xi')\, dw'$$

とおくと，$G(x_1, z'; \xi')$ は $\{(x_1, z', \xi') \in \tilde{M} \times S^{n-2}\,;\ |z'| < \delta/4,\ \langle \mathrm{Im}\, z', \xi' \rangle > |\mathrm{Im}\, z'|^2 - \langle \mathrm{Im}\, z', \xi' \rangle^2,\ 0 < x_1 < \varepsilon\}$ 上の $\mathcal{B}_{\tilde{M}_+ \times \tilde{S}}$ の切断となる．一方，

$$G(x_1, z'; \xi') = \sum_{j=1}^{J} \int_{D_0} F_j(x_1, w'; \xi')\, W(z' - w'; \xi')\, dw'$$

であるから，D_0 を ∂D_0 は固定して各 j ごとに適当に変形すれば $G(x_1, z'; \xi')$ は $\{(z', \xi') \in \mathbb{C}^{n-1} \times S^{n-2}\,;\ |z'| < {}^{\exists}\delta',$ $|\xi' - (0,\cdots,0,1)| < \delta'\}$ 上の $\mathcal{BO}_{Y \times \tilde{S} | \tilde{M}_+ \times \tilde{S}}$ の切断とな

ることがわかる．$\Delta = \{\xi' \in S^{n-2}\ ;\ |\xi' - (0, \cdots, 0, 1)| \leqq \delta'/2\}$,

$$F_0(x_1, z') = \int_{\Delta} F(x_1, z'; \xi')\, d\sigma(\xi')$$

とおけば，F_0 は $\{(x_1, z') \in \widetilde{M}\ ;\ 0 < x_1 < {}^{\exists}\delta'',\ |z'| < \delta'\}$ 上の $\mathcal{BO}$ の切断を定め，$sp(b_{M_+}(F_0)) = u$ が x^* の近傍で成立する．上のことから $sp(b_{M_+}(F_0)) = 0$ (at x^*) だから $u = 0$ を得る． Q.E.D.

系. $\alpha : \mathcal{B}_{N|M_+} \longrightarrow \widetilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ は1対1である．

（証明） $\mathring{x} \in N$, $u \in \mathcal{B}_{N|M_+, \mathring{x}}$, $\alpha(u) = 0$ と仮定すると，定理1により，$u \in \mathcal{BO}_{\widetilde{M}_+, \mathring{x}}$. $\alpha : \mathcal{BO}_{\widetilde{M}_+}|_Y \to \mathcal{BO}_{Y|\widetilde{M}_+}$ は同型写像だから $u = 0$ となる． Q.E.D.

次の節で明らかになるように，この α の単射性が，境界値問題の定式化，特に Holmgren 型の一意性定理の証明において本質的な役割を演じる．

§3. 一般の線型偏微分方程式系に対する非特性境界値問題.

X 上の整型函数係数の有限階線型偏微分作用素のなす環の層を $\mathcal{D}_X$ と書く．良く知られている様に（cf. 柏原［2］）X 上の線型偏微分方程式系とは，連接（左）$\mathcal{D}_X$－加群の層に他ならない．今 Y と交わる X の開集合 Ω 上定義された線型偏微分方程式系（以下では単に方程式系と呼ぶ）$\mathcal{M}$ に関して Y が

非特性的（即ち $\mathcal{M}$ の特性多様体 $SS(\mathcal{M}) \subset T^*X$ が $S^*_YX|_\Omega$ と交わらない）と仮定すると，$\mathcal{M}$ の Y への接方程式系 $\mathcal{M}_Y = \mathcal{D}_{Y\to X} \otimes_{\mathcal{D}_X} \mathcal{M}$ が $Y \cap \Omega$ 上の方程式系として定まる．ここで，$Y = \{z \in X ; f(z) = 0\}$ とすれば $\mathcal{D}_{Y\to X} = \mathcal{D}_X / f\mathcal{D}_X$ である．

<u>命題12</u>．$\mathcal{M}$ を X の開集合 Ω 上で定義された方程式系（連接左 $\mathcal{D}_X$-加群）で Y は $\mathcal{M}$ に関して非特性的とすると，同型

$$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{B}_N)$$

が存在する．ここで $\mathbb{R}\mathcal{H}om$ は $\mathcal{H}om$ の右導来関手を表わす．

（証明）$\tilde{M}_- = \tilde{M} \setminus \mathrm{int}\, \tilde{M}_+$ とおくと完全系列

$$0 \to \Gamma_{\tilde{M}_-}(\mathcal{BO}_{\tilde{M}})|_Y \to \mathcal{BO}_{\tilde{M}}|_Y \to \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+} \to 0$$

から三角形

$$\begin{array}{ccc} & \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}) & \\ {}^{+1}\swarrow & & \nwarrow \\ \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \Gamma_{\tilde{M}_-}(\mathcal{BO}_{\tilde{M}})|_Y) & \longrightarrow & \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{\tilde{M}}|_Y) \end{array}$$

を得る．さて，$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \Gamma_{\tilde{M}_-}(\mathcal{BO}_{\tilde{M}})|_Y) = 0$ を示そう．そのために $\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1}$，$\tilde{M}_+ = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}$ として，$\tilde{M}$ を実解析的多様体とみなしたときの複素化 $\tilde{M}^{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \times \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C}^{n-1} \ni (z_1, z', w')$ をとろう．このとき $\tilde{M} = \{(x_1, z', w') \in \tilde{M}^{\mathbb{C}} ; x_1 \in \mathbb{R},\ w' = \bar{z}'\}$ とみなされる．射影 $\varphi : \tilde{M}^{\mathbb{C}} \longrightarrow X = \mathbb{C}^n$ を $\varphi(z_1, z', w') = z$ により定義して，$\varphi^*\mathcal{M} = \mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}} \to X} \otimes_{\mathcal{D}_X} \varphi^{-1}\mathcal{M}$ と定義する．こ

こで, $\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}\to X} = \mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}} / \mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}(\partial/\partial w_2) + \cdots + \mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}(\partial/\partial w_n)$

である. $\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}}(\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}\to X}, \mathcal{B}_{\tilde{M}}) \cong \mathcal{B}\mathcal{O}_{\tilde{M}}$ だから

$$\begin{aligned}
&\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}\mathcal{O}_{\tilde{M}}) \\
&\cong \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\varphi^{-1}\mathcal{D}_X}(\varphi^{-1}\mathcal{M}, \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}}(\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}\to X}, \mathcal{B}_{\tilde{M}})) \\
&\cong \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}}(\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}\to X} \underset{\mathcal{D}_X}{\otimes} \varphi^{-1}\mathcal{M}, \mathcal{B}_{\tilde{M}})
\end{aligned}$$

が成立する. 従って,

$$\begin{aligned}
&\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \Gamma_{\tilde{M}_-}(\mathcal{B}\mathcal{O}_{\tilde{M}}))|_Y \\
&\cong \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}}(\varphi^*\mathcal{M}, \Gamma_{\tilde{M}_-}(\mathcal{B}_{\tilde{M}}))|_Y .
\end{aligned}$$

一方 $\varphi^*\mathcal{M}$ の特性多様体は $\{(z, w'; \langle\zeta, dz\rangle + \langle\theta', dw'\rangle) \in T^*\tilde{M}^{\mathbb{C}} ;\ \theta' = 0,\ (z, \langle\zeta, dz\rangle) \in SS(\mathcal{M})\}$ であるから, $\tilde{M}_-$ の conormal は柏原-Schapira [7] の意味で $\varphi^*\mathcal{M}$ に関して micro-hyperbolic であることがわかる. 実際 $T^*_{\tilde{M}}\tilde{M}^{\mathbb{C}}$ の点 z^* は $z^* = (x_1, z', \bar{z}' ; \sqrt{-1}\eta_1 dz_1 + \langle\xi' + \sqrt{-1}\eta', dz'\rangle + \langle -\xi' + \sqrt{-1}\eta', dw'\rangle)$ $(x_1 \in \mathbb{R},\ z' \in \mathbb{C}^{n-1},\ \eta_1 \in \mathbb{R},\ \xi', \eta' \in \mathbb{R}^{n-1})$ と書ける. 今 $\vartheta = (\tilde{z}, \tilde{w}' ; \tilde{\zeta}, \tilde{\theta}') \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n-1}$, $|\tilde{z}| < \varepsilon |\mathrm{Re}\, \tilde{\zeta}_1|$, $|\tilde{w}'| < \varepsilon |\mathrm{Re}\, \tilde{\zeta}_1|$, $|\tilde{\theta}'| < \varepsilon |\mathrm{Re}\, \tilde{\zeta}_1|$, $|\tilde{\zeta}'| < \varepsilon |\mathrm{Re}\, \tilde{\zeta}_1|$ として, $z^* + \vartheta \in SS(\varphi^*\mathcal{M})$ とすると, $-\xi' + \sqrt{-1}\eta' + \tilde{\theta}' = 0$ より

$|\xi' + \sqrt{-1}\eta' + \zeta'| = |\overline{\tilde{\theta}'} + \zeta'| < 2\varepsilon |\mathrm{Re}\, \zeta_1|$

$\leqq 2\varepsilon |\zeta_1 + \sqrt{-1}\eta_1|$ だから, $\varepsilon > 0$ を十分小さくすれば, Y が $\mathcal{M}$ に関して非特性的なことから, $z^* + \vartheta \notin SS(\varphi^*\mathcal{M})$

を得る．これは $\pm dx_1$ が $\varphi^* \mathcal{M}$ に関して micro-hyperbolic であることを意味するから，柏原-Schapira [7] の系 2.2.2 により，$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_{\tilde{M}^{\mathbb{C}}}}(\varphi^* \mathcal{M}, \Gamma_{\tilde{M}_-}(\mathcal{B}_{\tilde{M}}))|_Y = 0$ を得る．以上により同型写像

(1) $$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{\tilde{M}}|_Y) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})$$

が得られた．次に完全系列

$$0 \to \mathcal{O}_X|_{\tilde{M}} \to \mathcal{BO}_{\tilde{M}} \to \pi_{\tilde{M}*}\mathcal{CO} \to 0$$

を考えよう．ここで $\mathcal{CO}$ は $S^*_{\tilde{M}}X$ 上の z' を整型パラメータとするマイクロ函数の層，$\pi_{\tilde{M}} : S^*_{\tilde{M}}X \to \tilde{M}$ は自然な射影である．$S^*_{\tilde{M}}X \cap SS(\mathcal{M}) = \phi$ だから $\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \pi_{\tilde{M}*}\mathcal{CO}) = 0$ となり同型写像

(2) $$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{O}_X|_{\tilde{M}}) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{\tilde{M}})$$

を得る．柏原 [2] による Cauchy-Kovalevskaja の定理により

(3) $$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{O}_X|_Y) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{O}_Y)$$

なる同型写像が得られる．(1)～(3) を合わせて，同型写像

$$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{O}_Y)$$

を得る．$\mathbb{R}\Gamma_N(\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+})[n-1] \otimes \omega_N \cong \check{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ だから

$$\begin{aligned}
\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \check{\mathcal{B}}_{N|M_+}) &\cong \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathbb{R}\Gamma_N(\mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}))[n-1] \otimes \omega_N \\
&\cong \mathbb{R}\Gamma_N(\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{BO}_{Y|\tilde{M}_+}))[n-1] \otimes \omega_N \\
&\xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\Gamma_N(\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{O}_Y))[n-1] \otimes \omega_N \\
&\cong \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_N).
\end{aligned}$$

Q.E.D.

定理2. 任意の $j \in \mathbb{Z}$ について自然な準同型
$$\mathcal{E}xt^{j}_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{E}xt^{j}_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{B}_N)$$
が存在する（$\mathcal{M}$ は命題12と同じ条件をみたすとする）. 更に
$$\gamma : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{B}_N)$$
は1対1である.

（証明）定理1と命題12から直ちに従う.

定理2の後半は, $\mathrm{int}\, M_+$ での $\mathcal{M}$ の超函数解に対して, その「境界値」が $\mathcal{M}_Y$ をみたす N 上の超函数として定まり, Holmgren型の（局所）一意性定理が成り立つことを示している. 次に F-mild 超函数（cf. [11,12]）を用いて γ の具体的意味を明らかにすると同時に γ が $\tilde{M}$ の取り方によらないことを示そう.（単独方程式の場合は片岡[9]を参照.）

定義5.
$$\tilde{\mathcal{B}}^{A}_{N|M} \underset{\mathrm{def.}}{=} \mathcal{H}^{n-1}_{N}(\mathcal{O}_X|_Y) \otimes \omega_N ,$$
$$\tilde{\mathcal{C}}^{A}_{N|M} \underset{\mathrm{def.}}{=} \mathcal{H}^{n-1}_{S^*_NY}(\pi_{N/Y}^{-1}(\mathcal{O}_X|_Y))^a \otimes \omega_N .$$

定義から明らかに自然な層準同型（互いに両立する）
$$\beta : \tilde{\mathcal{B}}^{A}_{N|M} \longrightarrow \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+} , \quad \beta : \tilde{\mathcal{C}}^{A}_{N|M} \longrightarrow \tilde{\mathcal{C}}_{N|M_+}$$
が存在する. 次の命題の証明は省略する:

命題13. $\beta : \tilde{\mathcal{B}}^{A}_{N|M} \longrightarrow \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ は1対1である.

F-mild超函数の層を $\mathcal{B}^{F}_{N|M_+}$ $(\subset \mathcal{B}_{N|M_+})$ (cf. [11,12]), その超局所化である F-mild microfunctions の層を $\mathcal{C}^{F}_{N|M_+}$ と書く (cf. [14]). F-mild超函数に対するくさびの刃定理（[12]の定理1）

により自然な（互いに両立する）層準同型

$$\alpha : \mathcal{B}^F_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M}, \quad \alpha : \mathcal{C}^F_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{C}}^A_{N|M}$$

が存在することがわかるが更に定理1の証明と同様にして，

命題14. $\alpha : \mathcal{B}^F_{N|M_+} \to \tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M}$, $\alpha : \mathcal{C}^F_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{C}}^A_{N|M}$

は共に1対1である．

命題15. αから引き起こされる層準同型

$$\mathcal{B}_{N|M_+} / \mathcal{B}^F_{N|M_+} \longrightarrow \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+} / \beta(\tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M})$$

は1対1である．

定理3. Yが方程式系 $\mathcal{M}$ に関して非特性的とすると，

$$\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}^F_{N|M_+}) \xrightarrow{\sim} \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}).$$

（証明）命題12の証明から

$$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M}) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+})$$

がわかるので，完全系列 $0 \to \tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M} \xrightarrow{\beta} \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+} \to \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}/\tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M} \to 0$

から $\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}/\beta(\tilde{\mathcal{B}}^A_{N|M})) = 0$ を得る．これ

と命題15から $\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}/\mathcal{B}^F_{N|M_+}) = 0$，即ち定理の

主張を得る． Q.E.D.

系. $\gamma : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}) \to \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{B}_N)$

は $\tilde{M}_+$ の取り方によらず M_+ のみにより定まる．

（証明）M_+のみによる準同型

$$\gamma_0 : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}^F_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{B}_N)$$

が存在して（γ_0 は F-mild超函数のNへの境界値をとる写像）

$$\begin{tikzcd} & \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}) \arrow[dr, "\gamma"] & \\ \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}^F_{N|M_+}) \arrow[ur, "\beta", "\wr"'] \arrow[rr, "\gamma_0"'] & & \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{B}_N) \end{tikzcd}$$

は可換図式となるので $\gamma = \gamma_0 \circ \beta^{-1}$. Q.E.D.

Remark. 講演ではYが$\mathcal{M}$について非特性的のとき

$$\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}^F_{N|M_+}) \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+})$$

が成立すると述べたが，その根拠であった消滅定理

$$H^j(I \times \Omega, \mathcal{O}_X|_{\tilde{M}}) = 0 \quad \text{for } j \neq 0,$$

（Iは$\mathbb{R}$のコンパクト区間，Ωは$\mathbb{C}^{n-1}$のStein開集合）の証明に誤りがあった．$\mathcal{H}om$については上の様に同型が示されるが，高次の $\mathcal{E}xt^j$ $(j \geq 1)$について定理3の同型が成り立つかどうかは今のところ不明である．

この節の最後に超局所的境界値問題を考察しよう．

定理2'. $\mathcal{M}$を連接$\mathcal{D}_X$-加群でYは$\mathcal{M}$に関して非特性的とすると，任意の$j \in \mathbb{Z}$について準同型

$$\mathcal{E}xt^j_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{C}_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{E}xt^j_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{C}_N)$$

が存在し，特に次の写像は1対1である：

$$\gamma : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{C}_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{C}_N).$$

これは定理2と同様に証明される．同様に次を得る：

命題16. 同じ条件の下で次の単射準同型が存在する：

$$\gamma' : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{C}^F_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\mathcal{M}_Y, \mathcal{C}_N).$$

<u>Remark</u> $\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}^F_{N|M_+}) \hookrightarrow \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_{N|M_+})$ かつ $\forall u \in \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_{N|M_+})$ に対して，$u : \mathcal{M} \longrightarrow \mathcal{E}_{N|M_+}$ の像は $\mathcal{E}^F_{N|M_+} \longrightarrow \mathcal{E}_{N|M_+}$ の像に含まれることがわかるが，$\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}^F_{N|M_+}) \xrightarrow{\sim} \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_{N|M_+})$ が成立するかどうかは明らかでない。

$T^*X \underset{X}{\times} \tilde{M} \longrightarrow T^*\tilde{M}$ から写像

$$p : S^*_M X \setminus S^*_{\tilde{M}} X \longrightarrow S^*_M \tilde{M}$$

が引き起こされる．SKK 第I章 §3.2 により層準同型

$$p^{-1}\mathcal{E}_{M_+}\big|_{S^*_M\tilde{M}\underset{M}{\times}\mathrm{int}\,M_+} \longrightarrow \mathcal{E}_M\big|_{(S^*_M X \setminus S^*_{\tilde{M}} X)\cap \pi_{M/\tilde{M}}^{-1}(\mathrm{int}\,M_+)}$$

が存在する．これは $\mathcal{D}_X$-線型だからこれは写像

$$p^{-1}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_{N|M_+}) \longrightarrow \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \imath_{M/\tilde{M}*}\,\imath_{M/\tilde{M}}^{-1}\mathcal{E}_M\big|_{\pi_{M/\tilde{M}}^{-1}(N)})$$

を引き起こす．ここで $\imath_{M/\tilde{M}} : (S^*_M X \setminus S^*_{\tilde{M}} X)\cap \pi_{M/\tilde{M}}^{-1}(\mathrm{int}\,M_+) \hookrightarrow S^*_M X \setminus S^*_{\tilde{M}} X$ は自然な埋め込みである．

<u>定理2′の系.</u> $u \in \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}/\mathcal{A}_M|_N)$ とすると，

$$\overline{SS(u)} \cap (S^*_M X \underset{M}{\times} N) \subset \rho^{-1}(\mathrm{supp}\,(\gamma(u))).$$

ここで $SS(u)$ は u を $S^*_M X \underset{M}{\times} \mathrm{int}\,M_+$ と $S^*_M X \underset{M}{\times} N$ の近傍との交わりの上で定義された $\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_M)$ の切断とみたときの特異スペクトルを，$\mathrm{supp}\,(\gamma(u))$ は u を $\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_{N|M_+})$ とみたときの境界値 $\gamma(u) \in \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{E}_N)$ の台を表わし，$\rho : S^*_M X \underset{M}{\times} N \setminus S^*_N M \longrightarrow S^*_N Y$ は埋め込み $N \hookrightarrow M$ から引き起こされる自然な写像を表わす．

§4. 確定特異点型偏微分方程式に対する境界値問題.

この節では簡単のため $M = \mathbb{R}^n \ni x = (x_1, x')$, $\tilde{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{C}^{n-1} \ni (x_1, z')$, $X = \mathbb{C}^n \ni z = (z_1, z')$, $\tilde{M}_+ = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{C}^{n-1}$ とおく. $\mathring{x} \in N$ の近傍で定義された解析係数の線型偏微分作用素 P が N に沿って（弱い意味で）確定特異点型であるとは P が次のように書けることである (cf. [6]):

$$P = a(z)\left((z_1D_1)^m + A_1(z, D')(z_1D_1)^{m-1} + \cdots + A_m(z, D')\right),$$

ここで, $D' = (D_2, \cdots, D_n)$, $D_j = \partial/\partial z_j$; $a(z)$ は 0 とならない整型函数; A_j は D_1 を含まない高々 j 階の偏微分作用素で, $A_j(0, z', D')$ は高々 0 階, 即ち函数 $a_j(z')$ に等しい.

このとき, 決定方程式

$$\lambda^m + a_1(z')\lambda^{m-1} + \cdots + a_m(z') = 0$$

の根を $\lambda = \lambda_1(z'), \cdots, \lambda_m(z')$ とする (特性指数).

<u>定理3</u>. P を上のような作用素として $\mathcal{M} = \mathcal{D}_X/\mathcal{D}_X P$ とおく. $\lambda_i(z') - \lambda_j(z') \notin \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ $(\forall i, j)$ (z' は $\mathring{x}$ の近傍) と仮定すると, 互いに両立する単射準同型

$$\gamma : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}) \hookrightarrow (\mathcal{B}_N)^m,$$

$$\gamma : \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{C}_{N|M_+}) \hookrightarrow (\mathcal{C}_N)^m$$

が存在する.

この定理を証明するため, $\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ に作用するような $\mathcal{D}_X$ の拡大環を構成しよう.

定義6. $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n-1} \ni (z, w')$, $dw' = dw_2 \wedge \cdots \wedge dw_n$,
$\Delta = \{(0, z', w') \in \{0\} \times \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C}^{n-1} ;\ z' = w'\}$ とおいて

$$\mathcal{O}_0\widetilde{\mathcal{D}} = \mathcal{H}^{n-1}_{\Delta}(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n-1}}\, dw' |_{\{0\} \times \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C}^{n-1}})$$

とおく. Δ を Y と同一視して $\mathcal{O}_0\widetilde{\mathcal{D}}$ を Y 上の層とみなす.

Ω を $\mathbb{C}^{n-1}$ の Stein 開集合として,

$$U_j = \{(0, z', w') \in \{0\} \times \Omega \times \Omega ;\ z_j \neq w_j\},$$

$$U = \bigcap_{j=2}^{n} U_j \ , \quad U_{\hat{j}} = \bigcap_{k \neq j} U_k$$

とおくと, $\mathcal{U} = \{U_2, \cdots, U_n\}$ は $\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n-1}}\, dw' |_{\{0\} \times \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C}^{n-1}} \equiv \mathcal{O}'$ に関する Leray 被覆だから, $\mathcal{H}^j_{\Delta}(\mathcal{O}') = 0$ for $j \neq n-1$ に注意すると次の同型を得る:

$$(*) \quad \mathcal{O}_0\widetilde{\mathcal{D}} \cong \Gamma(U, \mathcal{O}') \Big/ \sum_{j=2}^{n-1} \Gamma(U_{\hat{j}}, \mathcal{O}').$$

これと $z' - w'$ に関する Laurent 展開を用いて次を得る.

命題17. 以上の状況の下で $\mathcal{O}_0\widetilde{\mathcal{D}}(\Omega)$ は次の条件をみたす D' の多項式の列 $\{A_k(z, D')\}_{k=0}^{\infty}$ の全体と一致する:

(i) $A_k(z, \zeta')$ は $\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n}|_{\{0\} \times \mathbb{C}^{n-1}}(\{0\} \times \Omega)$ を係数とする $\zeta' = (\zeta_2, \cdots, \zeta_n)$ の k 次斉次多項式,

(ii) 任意のコンパクト集合 $K \subset \Omega$ と $\varepsilon > 0$ に対して正数 δ と C が存在して, $|z_1| < \delta$, $z' \in K$, $k = 0, 1, 2, \cdots$ のとき

$$|A_k(z, \zeta')| \leq \frac{C \varepsilon^k}{k!} |\zeta'|^k .$$

この命題からわかるように $\mathcal{O}_0\widetilde{\mathcal{D}}$ は自然な積により,

$\mathcal{O}_0\mathcal{D} = \{A \in \mathcal{D}_X \,;\, [z_1, A] = 0\}$ の拡大環となる．従って，$\tilde{\mathcal{D}}_{Y|X} = \mathcal{O}_0\tilde{\mathcal{D}}[D_1]$ は $\mathcal{D}_X$ の拡大環となる．

命題18. $\mathcal{B}\mathcal{O}_{Y|\tilde{M}_+}$（従って $\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ も）は $\tilde{\mathcal{D}}_{Y|X}$－加群となり，$\tilde{\mathcal{D}}_{Y|X}$ の作用は $\mathcal{D}_X$ の作用と両立する．

（証明）Ω，U_j 等を前と同様にとると，$\Omega \cong \{0\} \times \Omega$ 上の $\mathcal{O}_0\tilde{\mathcal{D}}$ の切断 A は (*) の同型により核函数 $K(z, w')dw' \in \Gamma(U, \mathcal{O}')$ の同値類となる．$f(x_1, z') \in \mathcal{B}\mathcal{O}_{Y|\tilde{M}_+}(\Omega)$ に対して，$g(x_1, z') = Af(x_1, z')$ を

$$g(x_1, z') = \oint K(x_1, z', w') f(x_1, w') dw'$$

により定義する．ここで積分路は十分小さな $\varepsilon > 0$ により $\{w' \,;\, |z_j - w_j| = \varepsilon \quad (2 \leqq j \leqq n)\}$ で定められる．これが well-defined で結合律をみたし，かつ $\mathcal{O}_0\mathcal{D}$ の元に対しては通常の作用と一致することは容易に確かめられる．従って，$\tilde{\mathcal{D}}_{Y|X} = \mathcal{O}_0\tilde{\mathcal{D}}[D_1]$ も $\mathcal{B}\mathcal{O}_{Y|\tilde{M}_+}$ に作用する．　Q.E.D.

定理3の証明. $u_j = (z_1D_1)^{j-1}u$ により $\mathcal{M} : Pu = 0$ は

$$\mathcal{N} : \left(z_1D_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ A_m & \cdots & & A_1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix} = 0$$

と同値になる．田原[18]の定理1.3.6により，

$$\begin{cases} U^{-1}\left(z_1D_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ A_m & \cdots & & A_1 \end{pmatrix} \right) U = z_1D_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ a_m & \cdots & & a_1 \end{pmatrix}, \\ U(0, z', D') = I_m \quad (\text{単位行列}) \end{cases}$$

なる $U \in GL(m, \mathcal{O}_0\tilde{\mathcal{D}})$ が存在する．$\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ は $\mathcal{O}_0\tilde{\mathcal{D}}$-加群だから，$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}$ として，

$$\mathcal{N}_0: \ (z_1 D_1 + A_0(z'))v = 0, \qquad A_0(z') = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ a_m(z') & \cdots & & a_1(z') \end{pmatrix}$$

とおけば，

$$\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}) \cong \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{N}, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+})$$
$$\cong \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{N}_0, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}).$$

更に $w = z_1^{A_0(z')} v$ とおけば，$\mathcal{N}_0$ は $D_1 w = 0$ と同値になる（$x_1^{\pm A(x')}$ は $\tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}$ に作用することに注意）から命題12により $\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{N}_0, \tilde{\mathcal{B}}_{N|M_+}) \cong (\mathcal{B}_N)^m$ となる．これと定理1の系から単射準同型 $\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{B}_{N|M_+}) \hookrightarrow (\mathcal{B}_N)^m$ を得る．
$\mathcal{C}_{N|M_+}$ についても全く同様である．　Q.E.D.

<u>Remark.</u> 定理3の後半により，この場合にも定理2′の系と同じ結論が成立する．

§5. あとがき．

以上で講演時に述べた結果（及びその修正）をできるだけ証明をつけながら書いたが，その後次のような結果が得られた：方程式系 $\mathcal{M}$ は定理2または3の条件をみたし，かつ $\mathrm{int}\,\tilde{M}_+$ において（適当な意味で）dx_1 方向に microhyperbolic とすると，$\mathcal{M}$の解のミクロ解析性は内部から境界まで伝播する．なお，定理2は証明からわかるようにNの余次元が2以上の場合にも拡張される．これらの詳細は別の機会に譲る．

References

[1] Kaneko, A.: Introduction to hyperfunctions. I. Univ. Tokyo Press 1980 (in Japanese)

[2] Kashiwara, M.: Algebraic study of systems of partial differential equations. Master's thesis, Univ. Tokyo 1971 (in Japanese)

[3] Kashiwara, M., Kawai, T.: On the boundary value problem for elliptic system of linear differential equations. I. Proc. Japan Acad. 48, 712-715 (1972)

[4] Kashiwara, M., Kawai, T.: On the boundary value problem for elliptic system of linear differential equations. II. Proc. Japan Acad. 49, 164-168 (1973)

[5] Kashiwara, M., Laurent, Y.: Théorèmes d'annulation et deuxième microlocalisation. Prépublications, Univ. Paris-Sud (1983)

[6] Kashiwara, M., Oshima, T.: Systems of differential equations with regular singularities and their boundary value problems. Ann. of Math. 106, 154-200 (1977)

[7] Kashiwara, M., Schapira, P.: Micro-hyperbolic systems. Acta Math. 142, 1-55 (1979)

[8] Kataoka, K.: On the theory of Radon transformations of hyperfunctions. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo 28, 331-413 (1981)

[9] Kataoka, K.: Micro-local theory of boundary value problems I. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo 27, 355-399 (1980)

[10] Komatsu, H., Kawai, T.: Boundary values of hyperfunction solutions of linear partial differential equations. Publ. Res. Inst. Math. Sci. 7, 95-104 (1971)

[11] Ôaku, T.: F-mild hyperfunctions and characteristic boundary value problems. Sûrikaiseki-kenkyûsho Kôkyûroku No.533, pp.232-251 (1984).

[12] Ôaku, T.: F-mild hyperfunctions and Fuchsian partial differential equations. Advanced Studies in Pure Math. 4 (in press)

[13] Ôaku, T.: A new formulation of local boundary value problem in the framework of hyperfunctions. I. Proc. Japan Acad. 60, 283-286 (1984)

[14] Ôaku, T.: Microlocal boundary value problem for Fuchsian operators. I. — F-mild microfunctions and uniqueness theorem —. Preprint

[15] Oshima, T.: A definition of boundary values of solutions of partial differential equations with regular singularities. Publ. Res. Inst. Math. Sci. 19, 1203-1230 (1983)

[16] Schapira, P.: Problème de Dirichlet et solutions des hyperfonctions des équations elliptiques. Bull. UMI (4), 3, 369-372 (1969)

[17] Sato, M., Kawai, T., Kashiwara, M.: Microfunctions and pseudo-differential equations. Lecture Notes in Mathematics, Vol.287, pp.265-529. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1973

[18] Tahara, H.: Fuchsian type equations and Fuchsian hyperbolic equations. Japan. J. Math. 5, 245-347 (1979)